

Mathematik für Informatiker
Kombinatorik, Stochastik und Statistik
Übungsblatt 5

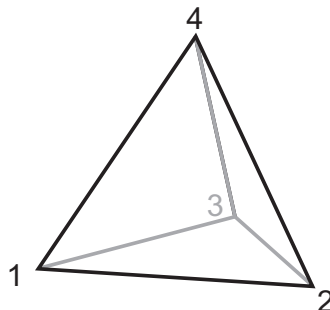
Abgabe am Donnerstag, den 05.06.2025 bis 23:59 in OpenOlat.

0. (4 Zusatzpunkte) Schreiben Sie eine Zusammenfassung von Kapitel 1 für das Klausurmerkblatt (etwa 1 DIN A4 Seite). Notieren Sie Ihre Fragen und stellen Sie diese in Vorlesung und Übungen.
1. (a) Entwickeln Sie einen rekursiven Algorithmus, der für $n, m \in \mathbb{N}$ alle geordneten Zahlpartitionen von n in m positive Summanden bestimmt.
(b) Berechnen Sie damit alle geordneten Partitionen von 7 in höchstens 3 positive Summanden.
2. (a) Modifizieren Sie Ihren Algorithmus aus Aufgabe 1 so, dass er für $n, m \in \mathbb{N}$ alle geordneten Zahlpartitionen von n in m nichtnegative Summanden bestimmt.
(b) Berechnen Sie damit alle geordneten Partitionen von 7 in 3 nichtnegative Summanden.
3. Entwickeln Sie aus der Rekursionsformel für die Bellschen Zahlen B_n

$$B_{n+1} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} B_k$$

einen Algorithmus zum Aufzählen aller Partitionen einer endlichen Menge. Erläutern Sie Ihren Algorithmus an dem Beispiel einer 4-elementigen Menge.

4. In einem Glücksspiel würfeln wir m -mal mit einem (unmanipulierten) Würfel mit 6 Seiten. Wir gewinnen 6 €, falls wenigstens eine 6 auftritt, ansonsten verlieren wir 6 €.
(a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass keine 6 in dem Spiel gewürfelt wird.
(b) Wie groß muss m gewählt werden, damit wir im Durchschnitt bei dem Spiel Gewinn machen?
5. (4 Zusatzpunkte) Durch Nummerieren der Ecken können wir die Symmetriegruppe des Tetraeders



mit der S_4 identifizieren.

- (a) Für festes $f \in S_4$ seien zwei Ecken a und b äquivalent, wenn man durch mehrfaches Anwenden von f die Ecke a auf die Ecke b abbilden kann. Zeigen Sie, dass dadurch eine Äquivalenzrelation \sim auf $\{1, \dots, 4\}$ definiert ist.
- (b) Bestimmen Sie für jedes $f \in S_4$ die Partition von $\{1, \dots, 4\}$ in die Äquivalenzklassen und die entsprechende Zahlpartition von 4 (als Summe der Mächtigkeiten der Klassen).