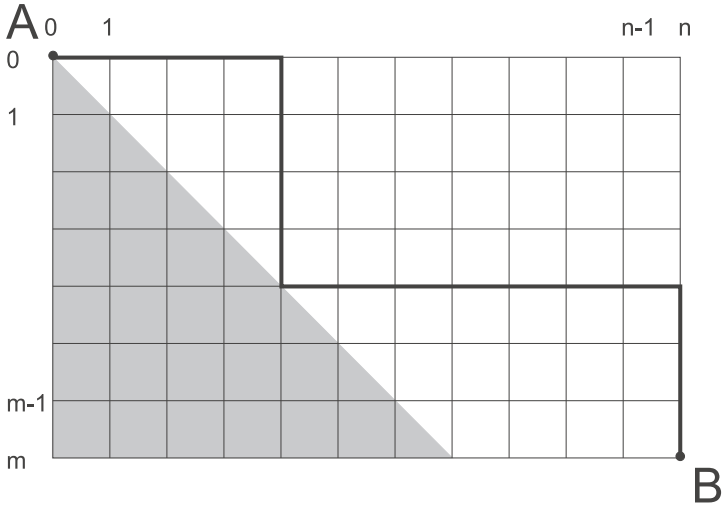
Mathematik für Informatiker
Kombinatorik, Stochastik und Statistik
Übungsblatt 2

Abgabetermin Donnerstag, den 15.05.2025 bis 23:59 Uhr in OpenOlat.

1. (a) Der Eintrittspreis für ein Kino sei 10€. Die Kinokasse wurde gerade geleert und es warten noch 7 Leute, 3 davon haben genau einen 20€-Schein und 4 genau einen 10€-Schein. Wieviele Möglichkeiten gibt es, eine Warteschlange zu bilden, sodass der Kassierer stets genügend Wechselgeld hat? Wir nehmen dabei den Blickwinkel des Kassierers ein, d.h. betrachten Personen mit gleichwertigen Geldscheinen als ununterscheidbar.

   (b) In einem Stadtplan mit $n+1$ Avenues und $m+1$ Streets wollen wir von Punkt A nach Punkt B gehen. In dem Gebiet unterhalb der Winkelhalbierenden treiben Straßengangs ihr Unwesen (Punkte auf der Winkelhalbierenden sind also noch sicher).



   Zeigen Sie, dass es für $n \geq m$ genau

$$\binom{n+m}{n} - \binom{n+m}{n+1}$$

   sichere kürzeste Wege von A nach B gibt.

2. Bestimmen Sie die Anzahl der Zahlen $1 \leq n \leq 100000$, die durch $3, 5, 7$ oder 11 teilbar sind.

3. Sei K ein Körper und $c \in K$. Zeigen Sie, dass für alle Polynome $p, q \in K[X]$ gilt

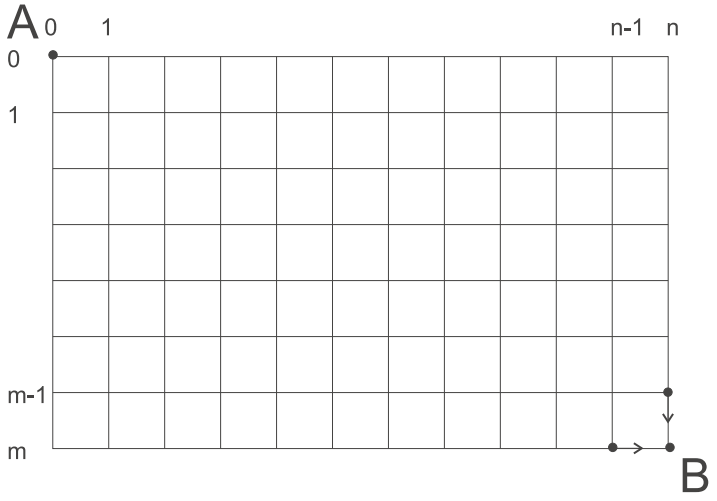
$$(p \cdot q)(c) = p(c) \cdot q(c) \qquad (p+q)(c) = p(c) + q(c).$$

4. Folgern Sie aus dem Binomialsatz, dass für alle $x, y \in K$ und $n \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

5. (4 Zusatzpunkte)

(a) Schreiben Sie ein Programm, das für gegebenes N mittels Division mit Rest die Anzahl aller durch $3, 5, 7$ oder 11 teilbaren Zahlen $1 \leq n \leq N$ bestimmt. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis aus Aufgabe 2.

Hinweis: Sie können z.B. die MAPLE-Funktion `irem` verwenden.

(b) Schreiben Sie ein rekursives Programm, das alle kürzesten Wege von A nach B in einem Stadtplan mit $n+1$ Avenues und $m+1$ Streets aufzählt. Codieren Sie Wege als Listen von Binärziffern.