Mathematik für Informatiker
Kombinatorik, Stochastik und Statistik
Ferienblatt

1. Der Gewinn eines Unternehmens war in den angegebenen Jahren wie folgt:

Jahr	2015	2016	2017	2018	2019
Gewinn	13	20	28	38	48

   (gemessen in Millionen €).

   (a) Bestimmen Sie mit der Methode der kleinsten Quadrate eine Regressionsgerade, die die obigen Werte approximiert.

   (b) Schätzen Sie den Gewinn des Unternehmens im Jahr 2022.

2. In der folgenden Tabelle sind die Häufigkeiten für Cholesterinwerte und Blutdruck in einer Studie mit 80 Teilnehmern angegeben:

	$[100, 120[$	$[120, 140[$	$[140, 160[$	Blutdruck
$[170, 190[$	9	4	1	
$[190, 210[$	9	13	4	
$[210, 230[$	7	8	8	
$[230, 250[$	1	5	11	
Cholesterin				

   (a) Bestimmen Sie die Randverteilungen.

   (b) Finden Sie eine Regressionsgerade, die den Cholesterinwert in Abhängigkeit vom Blutdruck beschreibt. Verwenden Sie für die Datenpunkte die jeweiligen Intervallmittelpunkte.

   (c) Welchen Cholesterinwert erwarten Sie für eine Person mit einem Blutdruck von 170.

   (d) Finden Sie eine Regressionsgerade, die den Blutdruck in Abhängigkeit von dem Cholesterinwert beschreibt.

   (e) Welchen Blutdruck erwarten Sie für eine Person mit einem Cholesterinwert von 100.

3. Ein neuer Algorithmus wird auf 50 Eingabedaten angewendet und liefern eine mittlere Laufzeit von 9.27 Sekunden mit einer Standardabweichung von 0.21 Sekunden. Der bisherige Algorithmus hatte eine Laufzeit von 9.31 Sekunden. Testen Sie mit einem Signifikanzniveau von 1% die Hypothese, dass der neue Algorithmus schneller ist als der alte.

   Hinweis: Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung würden Sie in dieser Situation annehmen?

4. An einer Universität wird bei 50 Beschäftigten (hoffentlich anonym) die Zeit gemessen, die die Mitarbeiter auf den Internetseiten Facebook und Ebay zubringen. Pro Arbeitstag von 12 Stunden sind dies 32 Minuten mit einer Standardabweichung von 9 Minuten. Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau 99% für den Mittelwert der Facebook- und Ebayzeit, wobei Sie eine Normalverteilung für die Zeit annehmen.

5. Eine Bank möchte bis auf 25€ das mittlere monatliche Guthaben auf den Kundenkonten abschätzen. Unter der Annahme, dass die Standardabweichung $\sigma = 250€$ ist, finden Sie den minimalen Stichprobenumfang für ein Konfidenzniveau von 99.8%.

6. Sei $\mu \in \mathbb{R}$ und $\sigma \in \mathbb{R}_{>0}$.

   (a) Zeigen Sie, dass für die Wahrscheinlichkeitsdichte

   $$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2})$$

   der Normalverteilung gilt:

   $$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$$

   (b) Sei Z eine kontinuierliche Zufallsvariable mit Wahrscheinlichkeitsdichte f. Zeigen Sie, dass

   $$E(Z) = \mu$$
   $$V(Z) = \sigma^2.$$

   Hinweis: Verwenden Sie das Resultat für die Standardnormalverteilung.