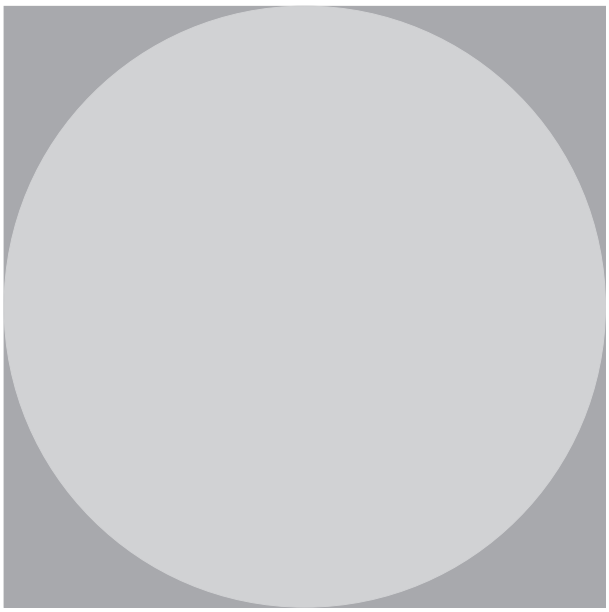
Mathematik für Informatiker
Kombinatorik, Stochastik und Statistik
Übungsblatt 12

Abgabe am Donnerstag, den 24.07.2025 bis 23:59 in OpenOlat.

1. Seien A und B Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$ auf einem Wahrscheinlichkeitsraum und
$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$
die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass A eintritt unter der Bedingung, dass B eintritt.
Zeigen Sie, dass die folgende Implikation gilt:
$$P(A \mid B) = P(A) \implies P(B \mid A) = P(B).$$

2. Ein Freund fordert sie auf, mit einer Münze zu spielen, die er zufällig in der Tasche hat. Er wettet auf Kopf, Sie auf Zahl. Falls Zahl kommt, erhalten Sie 1€, anderenfalls verlieren Sie 1€. Nach 100 Würfen haben Sie 30€ verloren und den Verdacht, dass die Münze manipuliert ist. Bevor Sie Ihren Freund zur Rede stellen, wollen Sie sich Ihrer Sache sicher sein.
   (a) Wie oft haben Sie gewonnen und wie oft verloren?
   (b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sie bei den 100 Würfen genau 30€ verlieren, und die Wahrscheinlichkeit, dass Sie 30€ oder mehr verlieren.

3. In das Quadrat $[0, 2]^2$ sei ein Kreis mit Radius 1 einbeschrieben.

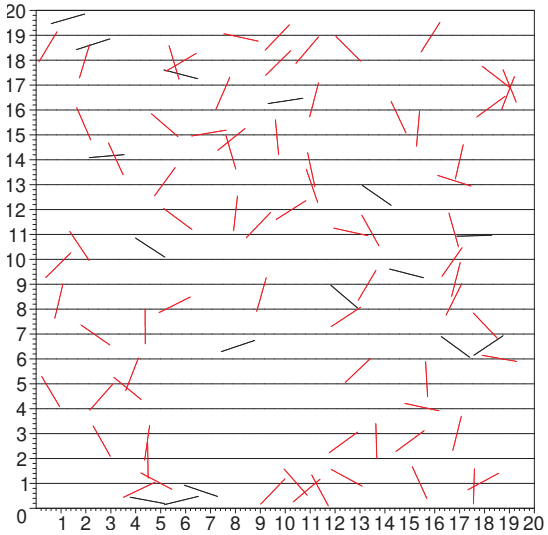


   (a) Erzeugen Sie zufällig gleichverteilt 100 Punkte in dem Quadrat, indem Sie beide Koordinaten gleichverteilt in $[0, 2]$ wählen.
   (b) Messen Sie die relative Häufigkeit, mit der ein Punkt in dem einbeschriebenen Kreis liegt. Welche Zahl approximiert Ihre Rechnung?

Hinweis: Die Maple-Funktion `stats[random, uniform](n)` liefert n zufällige Zahlen in $[0, 1]$, wobei alle Elemente gleich wahrscheinlich sind.

4. (a) Nehmen Sie eine Nähnadel und zeichen Sie auf einem großen quadratischen Blatt Papier zu einer Kante parallele Geraden im Abstand von genau der Länge der Nadel.

   (b) Werfen Sie die Nadel 100-mal auf das Papier. Bestimmen Sie die relative Häufigkeit p, mit der die Nadel eine der Geraden schneidet, und berechnen Sie $\frac{2}{p}$.



5. (4 Zusatzpunkte)

   (a) Implementieren Sie das Nadelexperiment, ohne in Ihrem Programm die Zahl π oder trigonometrische Funktionen zu verwenden.

   (b) Führen Sie das Experiment 10000-mal durch, bestimmen Sie die relative Häufigkeit p, mit der die Nadel eine der Geraden schneidet, und berechnen Sie $\frac{2}{p}$.