

Mathematik für Informatiker
Kombinatorik, Stochastik und Statistik
Übungsblatt 1

Abgabetermin Donnerstag, den 08.05.2025 bis 23:59 Uhr in OpenOlat.

1. Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}_0$:

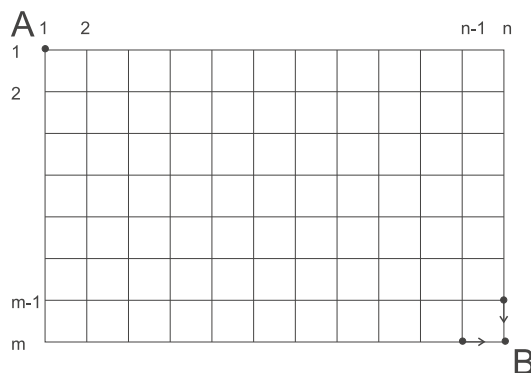
$$\sum_{j=0}^n \binom{n}{j}^2 = \binom{2n}{n}$$

2. Zeigen Sie: Für alle $n, k \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}.$$

3. In einem amerikanischen Stadtplan mit n Avenues und m Streets wollen wir von Punkt A nach Punkt B gehen. Wieviele kürzeste Wege gibt es?

Beweisen Sie die Formel mit vollständiger Induktion nach $n + m$.



4. (a) Verwenden Sie den Induktionsbeweis der Formel

$$|2^M| = 2^{|M|}$$

für endliche Mengen M , um alle Teilmengen von $M = \{1, 2, 3, 4\}$ aufzuzählen.

- (b) Sei $n \in \mathbb{N}_0$. Beschreiben Sie einen rekursiven Algorithmus, der alle Teilmengen von $M = \{1, \dots, n\}$ aufzählt.

5. (4 Zusatzpunkte) Implementieren Sie Ihren Algorithmus aus Aufgabe 4.(b) und testen Sie ihn an Beispielen.