

Mathematik für Informatiker
Kombinatorik, Stochastik und Statistik
Übungsblatt 6

Abgabe am Donnerstag, den 06.06.2024 bis 23:59 in OpenOlat.

1. (a) Wieviele Möglichkeiten gibt es, n Personen an einen runden Tisch mit n Plätzen zu setzen, wobei wir zwei Anordnungen als gleich ansehen, wenn sie durch Drehung auseinander hervorgehen?
(b) Bestimmen Sie alle Möglichkeiten für $n = 4$.
2. Ein Würfel mit 6 Seiten ist so manipuliert, dass die Wahrscheinlichkeit, die Zahl n zu würfeln, proportional zu n ist.
(a) Bestimmen Sie für jedes $1 \leq n \leq 6$ die Wahrscheinlichkeit, die Zahl n zu würfeln.
(b) Was ist die Wahrscheinlichkeit eine ungerade Zahl zu würfeln?
3. In einem Glücksspiel würfeln wir m -mal mit einem Würfel mit n Seiten. Wir gewinnen, falls wenigstens eine 1 auftritt, ansonsten verlieren wir. Zeigen Sie:
(a) Die Wahrscheinlichkeit in dem Spiel keine 1 zu würfeln ist

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right)^m$$

- (b) Für $m = n \cdot \ln(2)$ Würfe ist das Spiel im Grenzwert $n \rightarrow \infty$ fair. Zeigen Sie dazu, dass

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n \cdot \ln(2)} = \frac{1}{2}.$$

Hinweise:

- Für $x > 0$ und $a \in \mathbb{R}$ ist

$$x^a := \exp(a \cdot \ln(x)).$$

- Verwenden Sie die Regel von l'Hospital.

4. (4 Zusatzpunkte) Sei M eine Menge mit $|M| = m$ Elementen. Schreiben Sie ein Programm, das alle Multimengen mit n Elementen aus M aufzählt.