

Mathematik für Informatiker  
Kombinatorik, Stochastik und Statistik  
Übungsblatt 12

**Abgabe am Donnerstag, den 18.07.2024 bis 23:59 in OpenOlat.**

1. In einer medizinischen Studie haben die Teilnehmer jeweils eine der Erkrankungen  $A, B, C, D$ . Wir führen zwei Tests  $T_1, T_2$  durch die das Ergebnis 0 (negativ) oder 1 (positiv) liefern können. Unter den 1000 Teilnehmern treten die Erkrankungen mit den folgenden Häufigkeiten auf

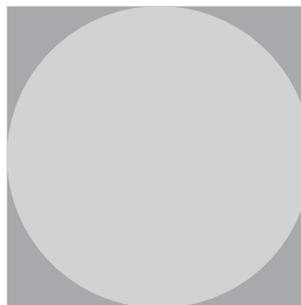
Erkrankung	$A$	$B$	$C$	$D$
Anzahl	333	11	222	434

Des weiteren haben die beiden Tests für die im Folgenden angegebene Zahl von Erkrankten die Ergebnisse

	$A$	$B$	$C$	$D$
00	221	3	51	50
10	31	5	20	331
01	60	2	111	10
11	21	1	40	43

geliefert. Bestimmen Sie jeweils die bedingten Wahrscheinlichkeiten der Erkrankungen unter der Voraussetzung, dass die Tests die Ergebnisse 00, 10, 01 und 11 geliefert haben.

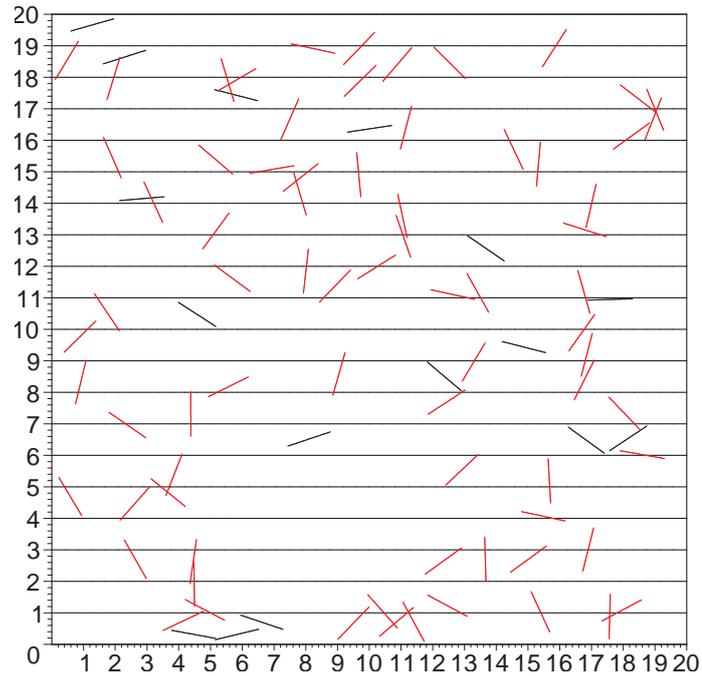
2. Ein Freund fordert sie auf, mit einer Münze zu spielen, die er zufällig in der Tasche hat. Er wettet auf Kopf, Sie auf Zahl. Falls Zahl kommt, erhalten Sie 1€, anderenfalls verlieren Sie 1€. Nach 100 Würfeln haben Sie 30€ verloren und den Verdacht, dass die Münze manipuliert ist. Bevor Sie Ihren Freund zur Rede stellen, wollen Sie sich Ihrer Sache sicher sein.
- (a) Wie oft haben Sie gewonnen und wie oft verloren?
- (b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sie bei den 100 Würfeln genau 30€ verlieren, und die Wahrscheinlichkeit, dass Sie 30€ oder mehr verlieren.
3. In das Quadrat  $[0, 2]^2$  sei ein Kreis mit Radius 1 einbeschrieben.



- (a) Erzeugen Sie zufällig gleichverteilt 100 Punkte in dem Quadrat, indem Sie beide Koordinaten gleichverteilt in  $[0, 2]$  wählen.
- (b) Messen Sie die relative Häufigkeit, mit der ein Punkt in dem einbeschriebenen Kreis liegt. Welche Zahl approximiert Ihre Rechnung?

Hinweis: Die MAPLE-Funktion `stats[random, uniform](n)` liefert  $n$  zufällige Zahlen in  $[0, 1]$ , wobei alle Elemente gleich wahrscheinlich sind.

4. (a) Nehmen Sie eine Nähnadel und zeichnen Sie auf einem großen quadratischen Blatt Papier zu einer Kante parallele Geraden im Abstand von genau der Länge der Nadel.
- (b) Werfen Sie die Nadel 100-mal auf das Papier. Bestimmen Sie die relative Häufigkeit  $p$ , mit der die Nadel eine der Geraden schneidet, und berechnen Sie  $\frac{2}{p}$ .



5. (4 Zusatzpunkte)

- (a) Implementieren Sie das Nadelexperiment, ohne in Ihrem Programm die Zahl  $\pi$  oder trigonometrische Funktionen zu verwenden.
- (b) Führen Sie das Experiment 10000-mal durch, bestimmen Sie die relative Häufigkeit  $p$ , mit der die Nadel eine der Geraden schneidet, und berechnen Sie  $\frac{2}{p}$ .