

Mathematik für Informatiker  
Kombinatorik, Stochastik und Statistik  
Übungsblatt 1

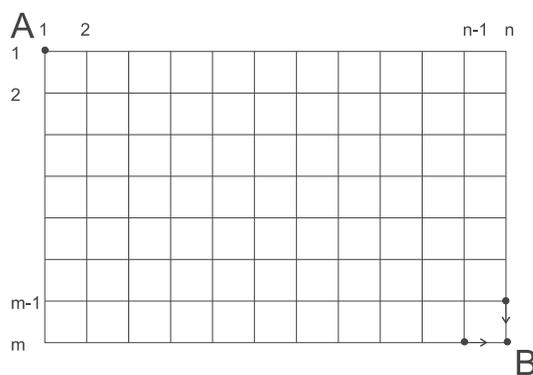
**Abgabetermin Donnerstag, den 02.05.2024 bis 23:59 Uhr in OpenOlat.**

1. Zeigen Sie für alle  $n \in \mathbb{N}_0$ :

$$\sum_{j=0}^n \binom{n}{j}^2 = \binom{2n}{n}$$

2. In einem amerikanischen Stadtplan mit  $n$  Avenues und  $m$  Streets wollen wir von Punkt  $A$  nach Punkt  $B$  gehen. Wieviele kürzeste Wege gibt es?

Beweisen Sie die Formel mit vollständiger Induktion nach  $n + m$ .



3. Bestimmen Sie die Anzahl der Zahlen  $1 \leq n \leq 100000$ , die durch 3, 5, 7 oder 11 teilbar sind.
4. (a) Verwenden Sie den Induktionsbeweis der Formel

$$|2^M| = 2^{|M|}$$

für endliche Mengen  $M$ , um alle Teilmengen von  $M = \{1, 2, 3, 4\}$  aufzuzählen.

- (b) Sei  $n \in \mathbb{N}_0$ . Beschreiben und implementieren Sie einen rekursiven Algorithmus, der alle Teilmengen von  $M = \{1, \dots, n\}$  aufzählt.
5. (4 Zusatzpunkte) Schreiben Sie ein Programm, das für gegebenes  $N$  mittels Division mit Rest die Anzahl aller durch 3, 5, 7 oder 11 teilbaren Zahlen  $1 \leq n \leq N$  bestimmt. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis aus Aufgabe 3.

Hinweis: Sie können z.B. die MAPLE-Funktion `irem` verwenden.