Mathematatik für Informatiker
Algebraische Strukturen
Übungsblatt 4

Abgabetermin Samstag, den 25.11.2023 bis 23:59 in OpenOlat.

1. Zeigen Sie: Die Komposition von Abbildungen ist assoziativ, das heißt für Abbildungen
$$M \xrightarrow{f} N \xrightarrow{g} L \xrightarrow{h} K$$
gilt
$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f.$$

2. Sei $m \in \mathbb{N}$ und $a, b \in \mathbb{Z}$. Dann heißt a kongruent zu b modulo m, in Zeichen
$$a \equiv b \bmod m,$$
wenn $m \mid (a - b)$.
   (a) Zeigen Sie, dass $\equiv$ eine Äquivalenzrelation ist.
   (b) Sei $m = 5$. Bestimmen Sie die Menge aller Äquivalenzklassen modulo m.

3. Zeigen Sie, dass
$$11111111111 \equiv 67360232502 \bmod 123259.$$
Hinweis: Verwenden Sie die Schulbuchdivision.

4. Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine Abbildung.
   (a) Zeigen Sie, dass durch
$$(x_1, y_1) \sim (x_2, y_2) \Leftrightarrow f(x_1, y_1) = f(x_2, y_2)$$
   eine Äquivalenzrelation auf $\mathbb{R}^2$ definiert ist.
   (b) Bestimmen Sie für
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x + y$$
   die Äquivalenzklassen $[(0, 0)]$, $[(1, -1)]$ und $[(1, 1)]$, und skizzieren Sie diese.

5. (4 Zusatzpunkte) Sei $m \in \mathbb{N}$ und $a, b \in \mathbb{Z}$. Schreiben Sie eine Funktion, die $a \equiv b \bmod m$ entscheidet.