Mathematik für Informatiker
Algebraische Strukturen
Übungsblatt 2

Abgabetermin Samstag, den 11.11.2023 bis 23:59 in OpenOlat.

1. Seien folgende Aussagen gegeben:

   α. $(A \wedge \neg C) \Rightarrow \neg B$

   β. $(\neg A \vee B) \Rightarrow \neg C$

   γ. $\neg(\neg A) \Rightarrow \neg C \wedge \neg B$

   mit A : Der Herbst ist sonnig
   B : Der Wein ist teuer
   C : Der Ertrag ist gering

   Übersetzen Sie α, β und γ jeweils eine umgangssprachliche Formulierung. Welche Aussagen machen Sinn?

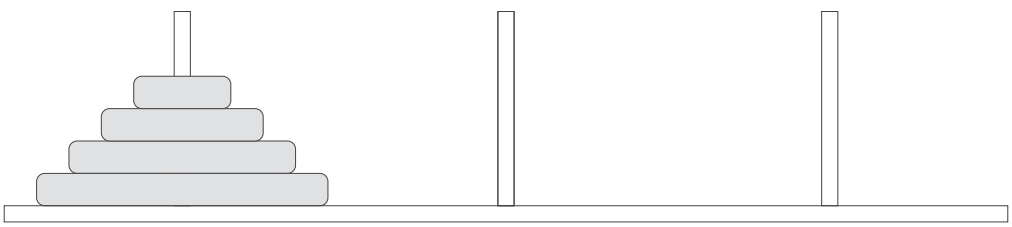
2. Stellen Sie eine Formel für
   $$\sum_{k=1}^{n} (6k-1)$$
   auf und beweisen Sie diese mit vollständiger Induktion.

3. Bestimmen Sie für beliebiges $n \in \mathbb{N}$ das Produkt
   $$\prod_{k=1}^{n} 2^k.$$

4. Das Spiel "Die Türme von Hanoi" besteht aus 3 Spielfeldern, auf denen n Scheiben paarweise verschiedener Größe gestapelt werden können.

   Zu Beginn des Spiels sind alle Scheiben auf einem der Spielfelder der Größe nach zu einem Turm gestapelt. Ziel des Spiels ist, den Anfangsstapel auf ein anderes Feld zu versetzen.

   Dazu darf in jedem Spielzug die oberste Scheibe eines beliebigen Turms auf einen anderen Turm, der keine kleinere Scheibe enthält, gelegt werden.

   Geben Sie einen Algorithmus an, der dieses Spiel löst, stellen Sie eine Formel für die Anzahl der notwendigen Züge auf, und beweisen Sie diese.

5. (4 Zusatzpunkte)

   (a) Schreiben Sie jeweils ein Programm, das für eine Liste $a = (a_1, ..., a_n) \in \mathbb{Z}^n$ die Summe

   $$\sum_{k=1}^{n} a_k$$

   bzw. das Produkt

   $$\prod_{k=1}^{n} a_k$$

   berechnet.

   (b) Vergleichen Sie für verschiedene n Ihr Ergebnis aus Aufgabe 2 mit dem Ihres Programms.