Einführung in das symbolische Rechnen
Praktikumsblatt 3

Abgabe bis Montag, den 28.05.2018 per Email an `yweber@rhrk.uni-kl.de`.

1. Sei $B \in \mathbb{Z}$, $B \geq 2$ und seien zwei Zahlen

$$x = \sum_{i=0}^{u-1} a_i B^i \qquad y = \sum_{i=0}^{v-1} b_i B^i$$

in B-adischer Entwicklung zur Basis B mit $a_{u-1} \neq 0$, $b_{v-1} \neq 0$ gegeben.

(a) Schreiben Sie eine Funktion, die

$$\widetilde{q} := \min\left\{B-1, \left\lfloor \frac{a_v \cdot B + a_{v-1}}{b_{v-1}} \right\rfloor\right\} \in \mathbb{N}_0$$

mit Hilfe von B-Operationen bestimmt.

(b) Schreiben Sie eine Funktion, die für

$$\frac{x}{y} < B$$

den Quotienten q und den Rest r in der Divisionsgleichung $x = q \cdot y + r$ in $O(v)$ B-Operationen bestimmt.

(c) Implementieren Sie die Division mit Rest von x durch y.

2. (a) Schreiben Sie eine Funktion, die Permutationen von der Abbildungsschreibweise

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & \dots & n \\ \sigma(1) & \dots & \sigma(n) \end{pmatrix} \in S_n$$

in die Zykelnotation konvertiert.

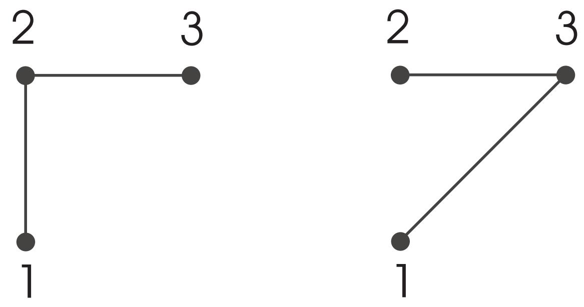
(b) Implementieren Sie die Berechnung von $\operatorname{sign}(\sigma)$ und $\operatorname{ord}(\sigma)$.

(c) Seien $\sigma, \tau \in S_n$ jeweils in (disjunkter) Zykelnotation gegeben. Schreiben Sie eine Funktion die $\sigma \circ \tau$ als Produkt disjunkter Zykel darstellt.

3. Ein Graph ist ein Tupel (V, E) aus einer Menge V und einer Teilmenge $E \subset \binom{V}{2}$. Dabei bezeichnet $\binom{V}{2}$ die Menge der zweielementigen Teilmengen von V, und V heißt Menge der Vertices und E Menge der Kanten des Graphen. Zwei Graphen (V_1, E_1) und (V_2, E_2) heißen isomorph, wenn eine bijektive Abbildung $\varphi : V_1 \to V_2$ existiert, sodass

$$\{v, w\} \in E_1 \iff \{\varphi(v), \varphi(w)\} \in E_2$$

für alle $v, w \in V_1$. Die folgende Abbildung zeigt zwei isomorphe Graphen:



(a) Wieviele Graphen gibt es auf einer n-elementigen Vertexmenge?

(b) Zeigen Sie mit Hilfe der Bahnenformel, dass es genau 4 Isomorphieklassen von Graphen mit 3 Vertices gibt.

(c) Schreiben Sie eine Funktion, die für alle Isomorphieklassen von Graphen mit n Vertices einen Repräsentanten berechnet.

Hinweis: Zwei Graphen sind isomorph, wenn sie in derselben Bahn unter der Operation der S_n auf der Menge aller Graphen mit n Vertices liegen.