

# Einführung in das symbolische Rechnen

## Übungsblatt 7

**Abgabe bis Montag, den 11.06.2018 bis 14:00 im Abgabekasten.**

1. Sei  $f \in \mathbb{R}[x]$  vom Grad  $\deg(f) \leq 3$  mit

$$\begin{aligned} f(1) &= 2 & f'(1) &= 3 \\ f(-1) &= 1 & f'(-1) &= 2 \end{aligned}$$

- (a) Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung von  $f$  auf.  
 (b) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem, indem Sie den Buchberger Algorithmus anwenden.  
 (c) Erstellen Sie einen Plot des Graphen  $\Gamma(f) \subset \mathbb{R}^2$ .  
 (d) Können Sie  $f$  auch mit Hilfe des Chinesischen Restsatzes finden?
2. (a) Sortieren Sie alle Monome vom Grad  $\leq 3$  in  $x, y, z$  bezüglich  $dp$ .  
 (b) Teilen Sie

$$f = xy^2 + xyz - y^2z - yz^2 \in \mathbb{Q}[x, y, z]$$

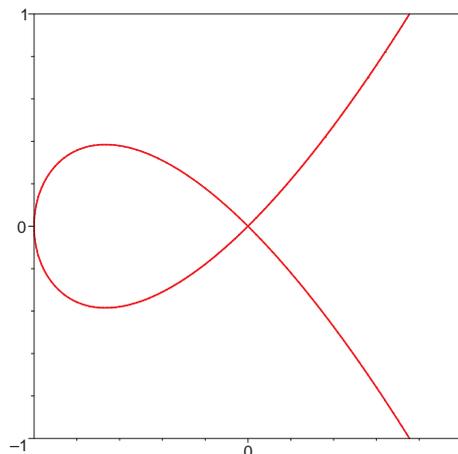
bezüglich  $dp$  mit Division mit Rest nach

$$G = \{x^2 + yz + z^2, xy + y^2 + yz\}.$$

- (c) Berechnen Sie mit dem Buchbergeralgorithmus eine  $dp$ -Gröbnerbasis von

$$I = \langle G \rangle \subset \mathbb{Q}[x, y, z].$$

3. Sei  $C = \{(t^2 - 1, t^3 - t) \in \mathbb{R}^2 \mid t \in \mathbb{R}\}$  die Kurve



- (a) Berechnen Sie eine Gröbnerbasis von

$$I = \langle x - (t^2 - 1), y - (t^3 - t) \rangle \subset \mathbb{R}[t, x, y]$$

bezüglich der lexikographischen Ordnung mit  $t > x > y$ .

- (b) Folgern Sie, dass  $C \subset V(x^3 + x^2 - y^2)$ .

Hinweis: Betrachten Sie die Projektion  $\pi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, (t, x, y) \mapsto (x, y)$ .

4. Sei

$$I = \langle st - x, t - y, s^2 - z \rangle \subset \mathbb{Q}[t, s, z, y, x].$$

- (a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Buchbergeralgorithmus eine Gröbnerbasis von  $I$  bezüglich der lexikographischen Ordnung mit

$$t > s > z > y > x.$$

- (b) Berechnen Sie

$$J = I \cap \mathbb{Q}[z, y, x].$$

- (c) Visualisieren Sie  $V(J) \subset \mathbb{R}^3$  mit Hilfe von SURFER.