Praktische Mathematik: Einführung in das symbolische Rechnen Übungsblatt 1

Abgabetermin Donnerstag, den 19.04.2018 vor der Vorlesung.

0. Starten Sie Julia, Singular, und Surfer und probieren Sie die Beispiele aus der Vorlesung aus. Schlagen Sie die verwendeten Kommandos in der Online-Hilfe nach.

1. Sei $B \geq 2$ und $r \geq 1$. Beschreiben und implementieren Sie einen Algorithmus zur Berechnung der B-adischen Entwicklung
$$\phi_{B,r}^{-1}(n)$$
einer natürlichen Zahl $n \in \{0, ..., B^r - 1\}$ zur Basis B mit r Bits. Testen sie Ihre Implementierung für verschiedene n und B.

2. Beschreiben und implementieren Sie ein Verfahren, das
   (a) für eine ganze Zahl $n \in \{-2^r, ..., 0, ..., 2^r - 1\}$ die Zweierkomplementdarstellung in r Bits und einem Vorzeichenbit berechnet.
   (b) zwei Zahlen in Zweierkomplementdarstellung addiert. Können Sie einen arithmetischen Überlauf erkennen?

3. (a) Implementieren Sie den Euklidischen Algorithmus zur Berechnung des größten gemeinsamen Teilers $\mathrm{ggT}(a, b)$ von $a, b \in \mathbb{Z}$.
   (b) Kürzen Sie
$$\frac{93497059597}{18856392791}$$

4. Testen Sie den Primzahlsatz:
   (a) Schreiben Sie eine Funktion zur Berechnung von
$$\pi(x) = |\{p \leq x \mid p \in \mathbb{N} \text{ prim}\}|$$
   für $x > 0$.
   (b) Plotten Sie $\frac{\pi(x)}{x}$ und $\frac{1}{\ln(x)}$ und vergleichen Sie für großes x.
   (c) Zeigen Sie, dass die nach dem Primzahlsatz erwartete Zahl von Fermat-Primzahlen endlich ist.
   Zur Erinnerung: Eine Fermat-Primzahl is eine Primzahl der Form
$$F_n = 2^{2^n} + 1$$
   mit $n \in \mathbb{N}_0$.